

4.1. Matritsalar algebrasining elementlari

Aytaylik, $a_{ij} (i = \overline{1;m}, j = \overline{1;n})$ $m \cdot n$ ta ifodalar (sonlar) berilgan va ular ustida arifmetik amallar aniqlangan bo'lsin.

4.1.1-ta'rif. Agar $a_{ij} (i = \overline{1;m}, j = \overline{1;n})$ $m \cdot n$ ta ifodalar (sonlar) m ta satr va n ta ustundan iborat

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (4.1.1)$$

jadval ko'rinishda yozilgan bo'lsa, uni *matritsa*, $m \times n$ ni esa uning *tuzilishi (tarkibi)* deb ataladi.

Yotiq (gorizontal) ko'rinishda yozilgan $(a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in})$ ni *matritsaning i-satri (i-satr-vektori)*, tik (vertikal) ko'rinishda yozilgan

$$\begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \dots \\ a_{mj} \end{pmatrix}$$

ni esa *j-ustuni (j-ustun-vektori)* deb ataladi. Demak, matritsani satr-vektorlar (yoki ustun-vektorlar) sistemasi sifatida ham qarash mumkin ekan.

Matritsalarini belgilash uchun, odatda, Lotin alifbosining bosh, uni tashkil etgan $a_{ij} (i = \overline{1;m}, j = \overline{1;n})$ ifodalarni (sonlarni) esa uning *elementlari* deyilib, qo'sh indeks bilan ta'minlangan satriy harflaridan foydalaniladi. Aytilgan qo'sh indekslardan birinchisi mazkur element joylashgan matritsa satrining, ikkinchisi esa ustunining tartibini bildiradi.

Matritsalarini belgilashda $[\cdot]$ qavslardan tashqari $(\cdot)$ va $\{\cdot\}$ qavslar, hamda $\|\cdot\|$ kabi belgilash ham qo'llaniladi. Shuningdek, soddalik uchun $[a_{ij}]_{m \times n}$, $(a_{ij})_{m \times n}$ va boshqa shularga o'xshash belgilashlardan ham foydalanamiz.

Agar matritsaning tuzilishi $m \times n$ da $m \neq n$ bo'lsa, uni *to'g'ri to'rtburchak*, $m = n$ bo'lganda esa *kvadrat matritsa* deb ataladi ($m = n$ bo'lganda kvadrat matritsani *n-tartibli matritsa* deb ham yuritiladi va $[a_{ij}]_{n \times n}$ o'rniga $[a_{ij}]_n$ belgilashdan ham foydalanamiz).

Agar $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ matritsaning $a_{ii} (i = \overline{1;k})$ diagonal elementlaridan boshqa barcha elementlari nolga teng bo'lsa, uni *diagonal matritsa* deyiladi, bu yerda $k = \min\{m, n\}$. Diagonal matritsa, odatda, D bilan belgilanadi.

Barcha diagonal elementlari 1 ga teng bo'lgan kvadrat diagonal matritsani *birlik matritsa* deyiladi va E harfi orqali belgilanadi, ya'ni

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}.$$

Kroneker belgisi (simvoli) dan foydalanib, D va E matritsalarini qisqacha ko'rinishda yozish mumkin:

$$D = [\delta_{ij} \cdot d_{ij}]_{m \times n}, \quad E = [\delta_{ij}]_n.$$

Matritsaning barcha elementlari nollardan iborat bo'lsa, uni *nol matritsa* deyiladi va E^0 yoki oddiy nol orqali belgilanadi, ya'ni $E^0 = [0]_{m \times n} = 0$.

Bir xil tuzilishli $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ va $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ matritsalaridan birining barcha elementlari ikkinchisining mos elementlariga teng (ya'ni $a_{ij} = b_{ij}$, $i = \overline{1; m}$, $j = \overline{1; n}$) bo'lsa, bu *matritsalar teng* deb hisoblanadi va $A=B$ ko'rinishda yoziladi. Agar birinchi matritsaning kamida bitta elementi ikkinchisining mos elementiga teng bo'lmasa, bu *matritsalar teng emas* deyiladi va $A \neq B$ ko'rinishda yoziladi.

Quyidagi xossalar o'rinli ekanligiga ishonch hosil qilish osondir:

$$1^0. A=B \Leftrightarrow B=A;$$

$$2^0. A=B \wedge B=C \Rightarrow A=C.$$

Odatda, *kvadrat matritsaning elementlaridan tuzilgan determinant uning determinanti* deb ataladi va A kvadrat matritsa determinantini $\det A$ yoki $|A|$ kabi belgilanadi.

Masalan,

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

matritsaning determinanti quyidagidir:

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

Determinanti noldan farqli bo'lgan kvadrat matritsa *maxsus emas* deb, nolga teng bo'lsa, *maxsus* deb ataladi.

Masalan,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \text{ maxsus matritsadir, chunki}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 1 \cdot 6 - 2 \cdot 3 = 0;$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ esa maxsusmas matritsadir, chunki}$$

$$\det B = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - (-3) \cdot 2 = 8 \neq 0.$$